



IIPE-BUENOS AIRES

---

SEDE REGIONAL DEL  
INSTITUTO INTERNACIONAL DE  
PLANEAMIENTO DE LA EDUCACIÓN

## CÓMO SE ENSEÑA MATEMÁTICA

INFORMES PERIODÍSTICOS PARA SU PUBLICACIÓN – N° 15

BUENOS AIRES

JUNIO DE 2003



La matemática es una disciplina fascinante para aquellos que logran descubrir el atractivo en esas relaciones permanentes que se encuentran entre los números y los símbolos. Pero para la mayoría de los estudiantes – y para todo aquel que pasó por la escuela—es una especie de tortura, de jeroglífico indescifrable ¿Por qué el dominio de un conocimiento que ordena la vida cotidiana puede ser tan traumático? ¿Cuáles son los problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje que tornan tan difícil derribar ese muro entre el docente y el alumno de matemática? Para intentar responder esa pregunta este informe consultó a especialistas en Didáctica de la Matemática y a docentes .

Cuando en 1993 el Ministerio de Educación realizó el primer operativo muestral de Evaluación de la Calidad Educativa, la sociedad pareció entrar en alerta roja. Por primera vez se podía leer en cifras el bajo nivel de rendimiento de los alumnos. “Casi nueve de cada diez estudiantes no sabe operar con fracciones” fue una de las conclusiones que alarmó a padres, docentes, especialistas y chicos. Casi diez años después las dificultades en el aprendizaje de la matemática siguen siendo una constante más allá de las críticas o reparos que se argumenten sobre esas evaluaciones estandarizadas.

Adrian Paenza, profesor del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad de Buenos Aires, es un apasionado de su disciplina y un obsesivo en tratar de encontrar una respuesta a las dificultades para enseñar matemática. “Siempre me pregunté cómo puede ser que no sólo en la Argentina sino en el mundo, los chicos tengan problemas en el aprendizaje de matemática. Cuando uno hace un relevamiento general se dice ‘ qué raro...pasa algo en la materia o en la difusión de la materia’. Entonces, en lugar de echarle la culpa a los chicos, nos tenemos que preguntar qué problemas tenemos nosotros que somos los difusores de la ciencia. Creo que está desarticulada la necesidad de entender algo con la utilidad que se le encuentra. Los docentes de matemática, damos respuestas a preguntas que los chicos no se hicieron”, explica Paenza quien combina su trabajo de docente con el de periodista.

Con el entrenamiento de aquel que sabe que apelar a los ejemplos es útil para hacerse entender, Paenza explica que “si yo le doy una caja con distintos tipos de destornilladores a alguien que nunca vio un tornillo ni sabe para qué sirve es difícil que logre que se valoren esos instrumentos. Ahora si le doy una tabla, tornillos, cuatro patas... lo más probable es que intente armarla usando primero las manos, las uñas, un cuchillo hasta que inexorablemente surge la necesidad de una herramienta para resolver el problema, es en ese momento cuando tengo que darle los destornilladores. Uno no puede empezar al revés, cuando se empieza por el destornillador es muy descorazonador y cualquier cosa que genere frustración provoca el abandono de la

atención. El docente tiene que ganar la atención, no tiene que dar respuestas, tiene que generar preguntas”.

La necesidad de tener en cuenta qué saben los chicos, cómo construyen su conocimiento, cómo despertar la curiosidad son las preguntas que se hacen los especialistas en Didáctica de la Matemática. Preguntas que, en rigor, no difieren de todo aquel que aspira a ser un buen docente. Pablo Amser es un joven matemático que se acaba de doctorar y escribió un artículo en el que manifiesta su preocupación por la enseñanza de esta ciencia. En “La mano de la princesa”, Amser cuenta lo que pasaba en una serie de dibujos animados checoslovacos que relataba la historia de una princesa a la que querían seducir. A lo largo de cada capítulo pasaban los distintos pretendientes mostrando diversas destrezas y riquezas. La princesa permanecía inmutable, nada parecía conmoverla. Todos se frustraban preguntándose qué querría esa mujer. Hasta que el último de la larga lista de pretendientes sacó de su mochila un par de anteojos y la princesa sonrió. La princesa no podía valorar lo que no veía. Como moraleja, Paenza destaca que “La Venus de Milo o el Teorema de Pitágoras son equivalentemente lindos si uno logra darse cuenta de qué tiene por delante”.

## **CURIOSIDAD Y SEDUCCION**

Leonardo Moledo es matemático, dirige el Planetario de Buenos Aires y disfruta haciendo que sus alumnos en las universidades de Buenos Aires y Entre Ríos descubran la “belleza” de los razonamientos de la ciencia de los números. “La matemática da la oportunidad de descubrir lo único, lo universal y después interesarse en saber por qué será. De esta forma se pueden sacar chicos inquietos”, explica Moledo y apela a ejemplos que para cualquier lego suenan a mágicos: Para calcular la mitad de cualquier cifra se puede multiplicar por 5 y es más fácil que dividir por 2. Otro caso, con la calculadora se pueden hacer cosas maravillosas: si de un número cualquiera se va sacando la raíz cuadrada no importa donde se empiece siempre se terminara en 1. Lo que va a variar es el número de pasos. Así hay cientos de ejemplos que muestran que cada cosa puede relacionarse con lo universal y será así más allá de dios. Un teorema es un razonamiento válido siempre”.

Moledo apela a una comparación con el lenguaje para explicar la complejidad de la matemática. El lenguaje tiene ortografía, sintaxis y literatura. La ortografía es un plomazo, la sintaxis hay que aprenderla pero la literatura es un placer. La diferencia está en que una composición se puede leer con faltas de ortografía. En cambio, un cálculo ‘con faltas de ortografía’ cambia el resultado, en la matemática la ortografía es parte de la sintaxis”. La correlatividad de los aprendizajes en matemática también hace para Moledo a las claves a dominar. “En matemática –dice—si uno se pierde una cosa, no se puede avanzar y hay que empezar a aprender de memoria si o sí. Ni en matemática, ni en física ni en química se puede saltar el paso de la correlatividad”.

Las posibilidades de seducir a los estudiantes despertando interés y curiosidad por descubrir esa estructura lógica que regula los procesos matemáticos es el desafío de todo docente. Tanto para Paenza como para Moledo es en la formación y en la capacitación de los profesores a donde hay que apuntar para promover un cambio y que números, fracciones, raíces cuadradas, logaritmos y teoremas dejen de ser el terror o el horror de la mayoría de los alumnos.

El objetivo propuesto es ambicioso pero apelando a la sabiduría china, los especialistas encuentran en la existencia del problema la oportunidad de empezar a delinear caminos para encontrar soluciones.

## **DE COMO ENSEÑAR**

En la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires funciona el Centro de Formación e Investigación para la Enseñanza de la Ciencia (CEFEIEC). La doctora en matemática Carmen Sessa es la directora y trabaja en equipo con su colega Patricia Sadosky. Para tratar de desentrañar las razones de la dificultad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, el Iipe-Unesco consultó a Sessa.. A continuación se transcriben los párrafos sustanciales de la entrevista con la especialista que encabeza el prestigioso centro de investigación. El CEFEIEC se transformó en referencia de todos aquellos que quieren avanzar en la necesidad de encontrar las claves para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

### **--¿Cómo se enseña matemática?**

--Esa es una pregunta que no se puede contestar porque no hay 'una' manera de enseñar matemática.

### **--¿De qué depende? ¿Del docente? ¿del grupo?**

--Enseñar matemática como otras cosas es algo muy complejo que depende de muchísimos factores y cada docente lo que puede tener son herramientas para planear una enseñanza que tiene que ir ajustando y acomodando también a sus alumnos. La enseñanza que planea tendrá que ver además con los objetos que le dicen que tiene que enseñar. Fundamentalmente si entendemos enseñanza como un avance en el estado de conocimiento de los alumnos cada docente va a tener ante sí a un grupo al cual quiere contribuir para que avance en su conocimiento matemático. De hecho un mismo docente planea distinto su enseñanza para distintos cursos.

--¿Cuáles son los instrumentos con los que cuenta el docente para lograr el avance de los alumnos?

--En el grupo de Didáctica de la Matemática de la UBA, nosotros ponemos como una de las piedras fundamentales que el alumno aprende interactuando con un problema o una tarea que piensa el docente, es decir una actividad para hacer que le ofrece una resistencia. Interactuando con ese problema el alumno va avanzando y construyendo nuevos pedazos de conocimiento. En ese trabajo con el problema entran como hechos

muy importantes también las interacciones que van a tener con el docente a propósito del problema y las interacciones con sus compañeros a propósito de la resolución del problema. Y esto se puede planear de formas muy distintas porque se pueden pensar algunos momentos, actividades, donde el alumno interactúe sólo con el problema y *a posteriori* haya una discusión o se puedan pensar otros problemas, otras actividades donde de entrada la actividad sea pensar colectivamente una respuesta al problema. En ese sentido hay una gama de recursos disponibles para el docente o que el docente puede poner en juego para planear distintos tipos de clase que irá armando de acuerdo a los distintos objetos que quiera enseñar y también a lo que va pasando con sus alumnos.

--Usted dice que no hay una forma de enseñar pero si parece haber unanimidad en las dificultades para aprender matemática ¿por qué?

--En este momento hay un estado de cosas un poco crítico en relación con la matemática en la mayoría de las escuelas. Lo que está pasando es que se planea una enseñanza que al alumno lo pone como muy lejano a ese objeto que le están enseñando. Fundamentalmente no se le dan herramientas para poder controlar el trabajo que él está haciendo entonces el alumno cada vez más se apoya en que es el docente quien sabe si está bien o está mal. Es el docente el que va a validar si su trabajo sirve o no, el docente cada vez ve más imposibilitado que el alumno se haga cargo que es su propio trabajo también. Entonces las cosas se plantean cada vez más como una colección o de recetas que el alumno tiene que acordarse o de reglas que no tienen una razón que puedan ser accesibles para el alumno. Esto es como un círculo vicioso porque también cuando un docente entra en la mitad de un proceso de enseñanza y trata de modificar esto, intenta devolver la responsabilidad a los alumnos, los alumnos son muy resistentes porque también como que se han acomodado a una forma de trabajo en la que a lo sumo ellos resuelven pero el que dice si está bien o está mal es el docente. Este es un aspecto muy importante y que está costando mucho: que los alumnos se hagan cargo de lo que ellos producen no solamente por ser responsables sino por entender que la misma matemática da herramientas para que uno pueda saber si está bien o no, que no depende de unas reglas o una leyes externas que están escritas en algún lugar y el que las sabe es el docente porque es el que sabe matemática.

--¿Qué pasa? El alumno lo ve como algo ajeno, no le encuentra el sentido...

--Lo que nosotros planteamos es una matemática que se aprende interactuando con problemas, entonces ahí aparece la primera dificultad: a los alumnos les cuesta resolver problemas, les resulta a pesar de todo más fácil hacer cuentas. Los docentes se enganchan en eso. Tratan de poner problemas, cuando a los alumnos les cuesta, muchos docentes van negociando y finalmente lo que quedan son las cuentas y cuando lo que quedan son sólo las cuentas es un 'cuenterio', es un aprendizaje donde los chicos no encuentran ningún sentido. A mi me parece que los docentes tampoco encuentran mucho sentido, pero tampoco encuentran la salida. Es algo que hay que atacarlo de entrada porque una vez que la bola entró a rodar es un poco difícil revertir

la situación. Por eso creo que habría que trabajar mucho en la formación docente, en la capacitación, más que en un cambio de plan o de programa .

--¿Dónde empieza el problema?

--El problema es muy complejo. En este momento está todo entrecruzado y hay que atacarlo por varios frentes; uno es la formación y capacitación docente. En ese frente lo que hay que hacer es que cuando se forma al docente de matemática su propia relación con la matemática sea realmente enriquecida, donde el docente sea un tipo que hace matemática, matemática pequeña, en relación con los objetos que él tiene que aprender, pero que haga matemática. Es como una condición casi necesaria para que él después pueda hacer vivir en su clase que sus alumnos hagan matemática.

--¿Qué pasa con el maestro de primaria que tiene una formación genérica?

--No importa, aunque la formación sea genérica, el maestro de grado también tiene una formación en matemática. Un maestro que en su formación tuvo una matemática impuesta, una matemática como un conjunto de leyes que hay que aprender para hacer cuentas, es muy difícil que pueda enseñar otra cosa distinta. De todas maneras, la enseñanza de la matemática en la escuela primaria no es tan problemática como en el nivel medio. Los docentes secundarios tienen más condicionamientos: por un lado saben más matemática, entonces se sienten obligados por su propia formación a exigir mayor formalismo, muchas veces eso es algo no negociable. Por ejemplo, un profesor de matemática puede negociar que los alumnos no resuelvan problemas porque les cuesta, pero no negocian el formalismo con el que escriben las cosas en algo que yo veo como una tergiversación.

--Por ejemplo.

--Exigen de sus alumnos y escriben ellos en el pizarrón con un formalismo que para la matemática es imprescindible para resolver problemas de una cierta complejidad pero por ahí no para hacer las cosas que hacen los chicos. Les podrían permitir por lo menos en unos primeros momentos unas escrituras más informales, más palabras y menos símbolos, poner los símbolos en la medida que sean necesarios. La escritura en matemática sirve para operar, se opera sobre las escrituras, no se opera en la cabeza se opera escribiendo, obviamente se necesitan escrituras suficientemente precisas para que las operaciones sean suficientemente rigurosas o correctas pero hay una cosa con el formalismo: llave, x, rayita... una cantidad de símbolos que no le aportan sentido al alumno y tampoco es necesario ese formalismo para resolver las tareas que se dan para hacer.

--¿Por qué dice que el momento de la enseñanza de la matemática es crítico?

--Digo crítico porque los profesores no se sienten cómodos, no se sienten contentos con lo que está pasando: los alumnos fracasan y los profesores no están cómodos.

--¿Cuándo empezó esta crisis?

--No sé dónde fijar el principio pero el problema trasciende a la matemática. Los alumnos hoy no aceptan así nomás el principio de autoridad. Las bases sobre las cuales se asentaba el aprendizaje de matemática y la de las otras materias era 'Tu hablas, yo escucho, obedezco' Eso hizo crisis en general en la escuela y los adolescentes ahora, por suerte, no aceptan esas reglas de juego. Es como que la

matemática no encontró como ubicarse en otra posición. Por otro lado, los profesores de matemática sienten –y ahí me alío con ellos—que en realidad hay una crisis grande en toda la sociedad por la cual los alumnos encuentran muy desvalorizado el lugar del saber y del aprender. Van a la escuela para buscar otras cosas y lo que pretenden es zafar de las situaciones de aprendizaje. Lo que sienten los profesores de matemática es que en las otras áreas se negocia más: se negocia en baja, y de alguna manera ellos quisieran no negociar eso : se repiten ‘aca hay que aprender matemática’. Después uno podría criticar un poco qué es lo que seleccionan para ser aprendido.

--Es comun escuchar a los adolescentes preguntarse ¿para qué sirve entender ese teorema, para qué saber la raíz cuadrada de tal número?

--Desde un punto de vista muy utilitario uno podría pensar en toda la escuela para qué sirve, qué es la escuela. Uno podría decir: estamos pensando la escuela para cultivar más a los adolescentes, para darles más herramientas a esos sujetos para que vivan mejor en esta cultura ¿Cuáles son las herramientas que puede dar la matemática a estos niños de 13 que se van a ir a los 18, para que vivan mejor en esta cultura y puedan cambiarla? Más interesante que decir “a” o “b” es pensar que hay varias funciones distintas que podría y debería cumplir el aprendizaje de la matemática para los chicos. Una es más utilitaria que es darle herramientas para poder ‘matematizar’ problemas que no son matemáticos ¿Qué problemas matematizar? ¿Cuánto pago en el kiosco? ¿Cuánto cuesta el estacionamiento? Problemas de la vida cotidiana . No, problemas de la vida cotidiana solamente no. Uno estaría intentando que este sujeto después pueda interpelar zonas de la cultura o de la vida que no sean la cotidianidad. Darle herramientas para que pueda matematizar problemas que están en la realidad pero por ahí no en la vida cotidiana del sujeto. Problemas que son un poco más científicos, económicos o que son problemas de la biología, o un poco más complejos. Por ejemplo, si quiero sacar un crédito y el interés compuesto y me lo capitalizan o no, no son de la realidad del adolescente pero uno espera que estos sujetos se enfrenten en su vida con estas situaciones. Aun centrándose en eso, también queremos que estos sujetos conozcan de esta cultura la matemática porque la matemática es una construcción cultural, es un producto de los hombres y la matemática que vivimos además tiene una historia. Hay todo un producto cultural histórico del cual se seleccionarán algunos aspectos y queremos que los chicos los aprendan , así como queremos que aprendan música, o pintura. Cómo funciona, cuáles son sus reglas. Queremos que los alumnos en la clase de matemática hagan matemática, que sean sujetos matemáticos culturales. La relación entre las dos cosas es muy fuerte: solamente conociendo un poco mas de lo que es esta cultura matemática se puede realmente dominar la herramienta matemática como herramienta de matematización de algo extramatemático.

Como ocurre con toda ciencia, la forma de enseñar matemática también da lugar a distintas posiciones. Carlos Borches, profesor de Análisis Matemático en la Facultad de Ciencias Exactas de la UBA, apela a una breve síntesis histórica para explicarlo. “Alrededor de la década del ‘40 en Francia, un grupo de talentosos matemáticos creó

un personaje multicefálico, Nicolás Burbaki, y con ese nombre identificaron sus trabajos colectivos. Así surgió la denominada Escuela de Burbaki. Ellos creían que lo mejor era acercar la enseñanza y la investigación, estrechar el camino entre la investigación matemática y la enseñanza, hacer que los docentes se internaran en la abstracción. Esta concepción se transformó en un postulado didáctico y así surgió la teoría de conjunto y el formalismo" que inundó las aulas argentinas a fines de los '60, principios de los '70. Ahora, ¿qué pasó en el aula?, Borches abunda en que a la escuela no se llevó la investigación sino que todo se redujo a las formas. Hoy en día, la mayoría de los matemáticos coinciden en que la teoría de conjuntos terminó, en la práctica, vaciada de contenido y se transformó en un obstáculo para el aprendizaje. Esto no quiere decir que todavía no haya docentes que apelen a ella.

Como reacción a la Escuela de Bourbaki, también en Francia apareció la Escuela de Brousseau. Este grupo se caracteriza por hacer una distinción entre la ciencia matemática y la enseñanza de la matemática. Es más, consideran que la enseñanza de la matemática es en sí un objeto de estudio distinto al de la propia matemática. Esta escuela se inspira en los postulados de Piaget y en la teoría constructivista del conocimiento. Dentro de esta concepción que armoniza el conocimiento matemático con la didáctica se encuentran los profesores del CEFEIEC.

## **CONCLUSION**

Paradójicamente de la insatisfacción de los docentes ante el fracaso de los alumnos y de la frustración de los alumnos ante las dificultades de entender matemática empiezan a surgir caminos para discutir la forma de enseñar y de aprender. El acercamiento a la disciplina a partir de problemas que ofrezcan resistencias para ser comprendidos y a la vez provoquen el entusiasmo por ir dilucidando correlativamente las formas de desentrañarlos parece ser el modo de reencauzar el proceso.

De la experiencia de los docentes y especialistas surge también que la dificultad no es sólo de la matemática sino de la valoración social del conocimiento en general. Quizás en matemática sí se manifieste con más evidencia el fracaso.

Tanto los docentes como los especialistas acuerdan en que la complejidad del proceso de enseñanza-aprendizaje hace imposible aislar una variable con el objetivo de mejorar desde ahí. La necesidad de desarrollar planes de estudio que le permitan al alumno resolver problemas de la vida cotidiana y , a la vez, abstraerse más allá de lo concreto, la necesidad de formar y capacitar a los docentes para que no se dejen vencer por la "facilidad" de apelar a los cálculos y a la memoria ante la "dificultad" de lograr que los alumnos razonen y el reconocimiento de darle relevancia a la secuencia en el aprendizaje de los contenidos matemáticos, son algunas de las claves a dominar para conseguir que esta ciencia deje de ser "la tortura" de la escuela.

**BIBLIOGRAFIA:**

**Elichiry Nora Emilce** (compiladora). *"Aprendizaje de niños y maestros. Hacia al construcción del sujeto educativo"*. Editorial Manantial. 2000.

**Tenti Fanfani Emilio** (compilador) *"El rendimiento escolar en la Argentina. Analisis de resultados y factores"*. 2002.